

ГЛАВА 3. ЗАТВЕРДЕВАНИЕ ОТЛИВКИ В ИНТЕРВАЛЕ ТЕМПЕРАТУР

Если интервал температур кристаллизации $\Delta t_{кр} = t_{лик} - t_{сол}$ не равен нулю, то решения, полученные в предыдущей главе, использовать для расчетов, строго говоря, нельзя. Это объясняется тем, что при $\Delta t_{кр} > 0$ в жидком металле перед фронтом затвердевания появляется так называемая переходная зона толщиной $\Delta \xi_{кр}$. В этой зоне температура металла изменяется от солидуса (на поверхности твердой корки) до ликвидуса (на поверхности жидкого ядра).

Строгих решений задачи о затвердевании отливки в интервале температур не существует, хотя имеются отдельные попытки приближенной постановки или приближенного решения этой задачи [10...12].

В настоящей главе излагаются методы, позволяющие подробно изучить физическую сущность механизма процесса затвердевания отливки в интервале температур. На основе проведенного анализа дается общее приближенное решение задачи о затвердевании металла в интервале $\Delta t_{кр}$ (третья стадия), которое базируется на сравнении данной отливки с эквивалентной ей отливкой, затвердевающей при постоянной температуре.

3.1. Теплофизические свойства сплава в интервале температур кристаллизации

3.1.1. Постановка задачи

Для расчета процесса формирования отливки в первую очередь необходимо знать теплофизические характеристики расплава внутри интервала кристаллизации $\Delta t_{кр}$:

- удельную теплоту кристаллизации;
- удельную теплоемкость;
- коэффициент теплопроводности;
- коэффициент температуропроводности и т. д.

3.1.2. Спектральная теплота кристаллизации

Характер распределения теплоты кристаллизации внутри интервала $\Delta t_{кр}$ зависит от конкретных свойств сплава, т.е. от его состава и вида диаграмм состояния.

Чтобы найти закон распределения теплоты кристаллизации внутри интервала $\Delta t_{кр}$, необходимо ввести новое понятие – спектральную интенсивность $\rho_{сп}$ выделения теплоты кристаллизации (спектральную теплоту кристаллизации). Величина $\rho_{сп}$ определяется из соотношения

$$\rho_{сп} = \frac{d\rho}{dt}, \text{ ккал/кг} \cdot \text{°C} \cdot \text{с} \quad (3.1)$$

Размерность $\rho_{сп}$ соответствует размерности удельной теплопроводности.

На рис. 3.1 изображена зависимость величины $\rho_{\text{сп}}$ от температуры t . Изменение температуры сплава на величину dt сопровождается выделением теплоты кристаллизации $d\rho$. Эта теплота может быть найдена, как произведение $\rho_{\text{сп}}$ на dt :

$$d\rho = \rho_{\text{сп}} \cdot dt, \text{ ккал/кг} \cdot \text{C} \quad (3.2)$$

Количество теплоты кристаллизации, соответствующее изменению температуры сплава на dt , показано в виде площади плоскости, которая заштрихована накрест. Основанием плоскости служит отрезок dt , высотой – спектральная теплота кристаллизации $\rho_{\text{сп}}$.

С целью экспериментального определения спектральной теплоты кристаллизации можно воспользоваться достаточно точным калориметрическим методом (или методом смещения), который обычно применяется для определения удельной теплоты кристаллизации, а также для определения удельной теплоемкости.

Согласно этому методу тигель с металлом, нагретым до определенной температуры t , помещается в водяной калориметр. После выравнивания температуры в калориметре определяется теплосодержание Q 1 кг металла. Это теплосодержание обусловлено изменением температуры металла от температуры печи до конечной температуры калориметра.

На рис. 3.2 приведена кривая, изображенная в координатах $Q - t$ для металла, кристаллизующегося при постоянной $t_{\text{кр}}$. Участок АВ кривой соответствует изменению теплосодержания при затвердевании и участок СД кривой – изменению теплосодержания жидкого металла. Прямолинейный участок ВС, представляющий собой разность теплосодержаний металла при его затвердевании, равен удельной теплоте кристаллизации ρ . Деление величины ΔQ на изменение температуры Δt металла дает теплоемкость C .

Для металла, кристаллизующегося в интервале температур $\Delta t_{\text{кр}}$, на рис.3.3 приведена кривая $Q = f(t)$. Участок ВС представляет собой кривую линию изменения Q в интервале $\Delta t_{\text{кр}}$. На этом участке соотношение некоторой разности теплосодержания ΔQ к соответствующей разности температур Δt дает сумму, состоящую из спектральной теплоты кристаллизации $\rho_{\text{сп}}$ и теплоемкости металла C ,

$$\rho_{\text{сп}} + C = \frac{\Delta Q}{\Delta t}, \quad (3.3)$$

откуда

$$\rho_{\text{сп}} = \frac{\Delta Q}{\Delta t} - C, \text{ ккал/кг} \cdot \text{C} \quad (3.4)$$

Найденное значение $\rho_{\text{сп}}$ по существу относится к некоторой средней температуре $t + \frac{1}{2} \Delta t$ металла.

Среднее значение спектральной теплоты $\rho_{\text{сп ср}}$ в интервале температур $\Delta t_{\text{кр}}$ может быть найдено из соотношения

$$\rho_{ср.ср} = \frac{Q_{лик} - Q_{сол}}{\Delta t_{кр}} - C_{ср}, \text{ ккал/кг}^{\circ}\text{C}, \quad (3.5)$$

где $Q_{лик}$ – теплосодержание 1 кг сплава при $t_{лик}$, ккал/кг;

$Q_{сол}$ – теплосодержание 1 кг сплава при $t_{сол}$, ккал/кг;

$C_{ср}$ – среднее значение теплоемкости сплава в интервале $\Delta t_{кр}$, ккал/кг⁰C

Вопрос об определении истинной C и средней $C_{ср}$ теплоемкости для интервала температур кристаллизации рассматривается ниже.

Спектральная теплота кристаллизации также определяется с помощью опытной кривой охлаждения металла следующим образом. Вначале строятся кривые изменения температуры металла и окружающей среды (например, формы) со временем. Весь процесс охлаждения отливки в интервале температур $\Delta t_{кр}$ разбивается на небольшие участки, характеризуемые отрезками времени Δt . Время Δt должно выбираться так, чтобы температура металла в пределах этого времени изменялась практически по линейному закону. Для каждого отрезка времени Δt находится количество теплоты ΔQ , которая выделяется в металле в процессе его охлаждения на величину Δt .

Количество теплоты, теряемое отливкой за время dt , определяется из уравнения закона Ньютона

$$\Delta Q = G \cdot \rho_{ср.ср} \cdot \Delta t, \quad (3.6)$$

, ккал.
 Для конечного отрезка времени ((применительно к 1 кг металла отливки находим
 EMBED Equation.3 , ккал/кг,

где G – вес отливки, кг;

$\rho_{ср.ср}$ – коэффициент теплоотдачи на поверхности отливки, EMBED Equation.3 ;

$(t - t_{ср})$ – средняя разность температур между поверхностями отливки и формы за время ((при малой интенсивности теплообмена температура $t_{п}$ поверхности практически равна температуре t любой точки отливки);

F – площадь поверхности охлаждения отливки, м².

Произведение величин EMBED Equation.3 на диаграмме « t » ((представляет собой площадь соответствующей трапеции (рис. 3.4).

Зная количество теплоты (Q , нетрудно вычислить спектральную теплоту кристаллизации по формуле (3.4).

В данном случае величины ($\rho_{ср}$ и $C_{ср}$ относятся к температуре t , соответствующей середине отрезка времени ((.

Среднее значение ($\rho_{ср}$ находится по формуле (3.5).

Пример. Имеются экспериментальные кривые охлаждения отливки из сплава Al-Mg и нагрева внутренней поверхности чугунного кокиля (рис. 3.4). Отливка имеет размеры 30x120x160 мм и вес $G = 1,32$ кг. У этого сплава (89% Al и 11%Mg): $t_{лик} = 605$ 0C и $t_{сол} = 520$ 0C, ($t_{кр} = 85$ 0C. Сплав затвердевает в виде твердого раствора.

Вес чугунного кокиля равен 14 кг. Внутренняя поверхность кокиля покрыта слоем теплоизоляционной краски толщиной $X_{кр} = 0,65$ мм. Коэффициент теплопроводности краски ($\lambda_{кр} = 0,15$ EMBED Equation.3 (см. приложение).

Площадь поверхности охлаждения $F = 516 \text{ см}^2 = 0,0516 \text{ м}^2$, коэффициент теплоотдачи $\alpha = \frac{\lambda_{кр}}{X_{кр}} = \frac{0,5}{0,00065} = 231 \text{ ккал/м}^2 \cdot \text{час} \cdot \text{0C}$ (для простоты поправки на

усадку металла и на потерю тепла со свободной поверхности не вводятся).

Решение.

Разбиваем время $\tau_3 - \tau_2$ изменения температуры t отливки в интервале $\Delta t_{кр}$ на малые отрезки $\Delta \tau$ (один из таких отрезков показан на рис. 3.4). Для каждого из выделенных отрезков $\Delta \tau$ находим среднюю разность температур $(t - t_c)_{cp}$. Произведение $(t - t_c)_{cp} \Delta \tau$ представляет собой площадь соответствующей плоскости на термограмме $t - \tau$ (заштрихованная область на рис. 3.4).

Количество теплоты, потерянной металлом за время $\Delta \tau$, находится по формуле (3.6):

$$\Delta Q = \frac{1}{1,32} \times 231(577 - 166) \cdot 0,0516 \cdot 0,00556 = 20,7 \text{ ккал/кг}.$$

Суммирование количеств теплоты для всех полосок дает

$$\sum_{i=1}^{i=j} \Delta Q_i = Q_{лик} - Q_{сол}, \text{ ккал/кг}$$

$$\sum_{i=1}^{i=j} \Delta Q_i = 112,5, \text{ ккал/кг}.$$

Это количество теплоты теряет 1 кг металла при его охлаждении от $t_{лик}$ до $t_{сол}$.

Спектральная теплота кристаллизации находится по формуле (3.4). Для выделенной полоски получаем

$$\rho_{ср} = \frac{20,7}{17} - 0,3 = 0,92 \text{ ккал/кг} \cdot ^\circ\text{C}$$

Здесь теплоемкость сплава приблизительно принята равной $0,3 \text{ ккал/кг} \cdot ^\circ\text{C}$.

Понижение температуры за время Δt составляет 17°C .

Результаты расчетов для всех полосок сведены на рис. 3.5, где показана зависимость спектральной теплоты кристаллизации от температуры.

Среднее значение спектральной теплоты затвердевания вычисляется по формуле (3.5):

$$\rho_{ср.ср} = \frac{112,5}{85} - 0,3 = 1,02 \text{ ккал/кг} \cdot ^\circ\text{C}.$$

Величина $\rho_{ср.ср}$ отмечена на рис. 3.5 горизонтальной пунктирной прямой.

Из рис. 3.5 видно, основное количество теплоты кристаллизации выделяется вблизи $t_{лик}$. С понижением температуры количество теплоты кристаллизации заметно уменьшается. Такой ход кривой $\rho_{ср} = f(t)$ является характерным для сплавов, затвердевающих в виде твердого раствора. В общем виде функция $\rho_{ср} = f(t)$ может иметь самый различный вид. Особенности этой функции определяются свойствами сплава и спецификой механизма его затвердевания (видом диаграммы состояния).

В тех случаях, когда кривая охлаждения отливки в интервале $\Delta t_{кр}$ имеет участок в виде горизонтальной прямой линии (рис. 3.6) спектральная теплота $\rho_{ср}$ при соответствующей температуре становится равной бесконечности. Такой характер кривая охлаждения имеет у сплавов, затвердевающих с эвтектическим

(рис. 3.6, кривая 1) и перитектическим (рис. 3.6, кривая 2) превращении.

Знание спектральной интенсивности $\rho_{сп}$ затвердевания необходимо для расчета процесса формирования отливки. Однако, в настоящее время в литературе не имеется соответствующих экспериментальных данных. В связи с этим большой интерес представляет возможность теоретического определения $\rho_{сп}$ по виду диаграммы состояния и значениям удельной (истинной) теплоты кристаллизации для отдельных компонентов, входящих в сплав. Чтобы решить поставленный вопрос, необходимо вначале научиться вычислять удельную теплоту кристаллизации сплава по значениям удельной теплоты кристаллизации отдельных компонентов.

3.1.3. Удельная теплота кристаллизации

Если проинтегрировать уравнение кривой $\rho_{сп} = f(t)$ в пределах от $t_{сол}$ до $t_{лик}$ (т. е. найти площадь под всей кривой), то получается полная удельная теплота кристаллизации, которую можно называть истинной удельной теплотой кристаллизации сплава

$$\rho = \int_{t_{сол}}^{t_{лик}} \rho_{сп} \cdot dt, \text{ ккал/кг.}$$

Таким образом, истинная удельная теплота кристаллизации определенным образом распределена по спектру температур, начина от $t_{сол}$ и заканчивая $t_{лик}$. Спектральная теплота $\rho_{сп}$ представляет собой количество тепла кристаллизации, выделяющегося в интервале температур от t до $t + dt$. Это количество тепла отнесено к 1°C .

Истинная удельная теплота кристаллизации ρ соответствует тому количеству теплоты, которая выделяется в сплаве при его превращении из жидкого состояния в твердое. При этом не учитывается выделение аккумулялированной теплоты, обусловленное охлаждением сплава от $t_{лик}$ и заканчивая $t_{сол}$.

Величина ρ равна площади диаграммы, заключенной под кривой $\rho_{сп} = f(t)$. Площадь под этой кривой находится путем интегрирования функции $\rho_{сп} = f(t)$ в пределах от $t_{сол}$ до $t_{лик}$. На рис. 3.1 эта площадь обозначена штриховкой.

Из рис. 3.1 следует, что величина ρ равна также площади прямоугольника, основанием которого служит интервал $\Delta t_{кр}$ ($t_{лик} - t_{сол}$), а высотой среднее значение $\rho_{сп. ср}$ спектральной теплоты затвердевания

$$\rho = \rho_{сп. ср} \cdot \Delta t_{кр}, \text{ ккал/кг,} \quad (3.7)$$

или

$$\rho = Q_{лик} - Q_{сол} - C_{сп} \cdot \Delta t_{кр}, \text{ ккал/кг.}$$

В общем случае истинная теплота кристаллизации ρ зависит от состава сплава и свойств металлов, входящих в сплав.

Анализ показывает, что при определении величины ρ по известному составу и свойствам его отдельных компонентов можно пользоваться, так называемым, правилом аддитивности, согласно которому каждый элемент, входящий в состав сплава, вносит в теплоту кристаллизации свой вклад,

пропорциональный относительно количеству металла и величине его удельной теплоты кристаллизации.

Если состав задан в мас. %, то истинная удельная теплота кристаллизации сплава, состоящего из j компонентов, найдется из выражения

$$\rho = \frac{1}{100} \cdot (P_1\rho_1 + P_2\rho_2 + P_3\rho_3 + \dots + P_j\rho_j), \quad (3.8)$$

или

$$\rho = \frac{1}{100} \sum_{i=1}^{i=j} P_i\rho_i, \text{ ккал/кг,}$$

где P_j – процентное содержание j -го металла в сплаве;

ρ_i – удельная теплота кристаллизации этого металла в сплаве.

В действительных условиях правило аддитивности соблюдается не строго. Однако отклонения получаются незначительными, поэтому при инженерных расчетах правилом аддитивности вполне допустимо пользоваться.

В качестве примера определим по правилу аддитивности удельную теплоту кристаллизации сплава Al – Mg вышеуказанного состава. Для алюминия $\rho = 93$ ккал/кг, для магния $\rho = 70$ ккал/кг (см. приложение). Следовательно, для данного сплава по формуле (3.8) найдем:

$$\rho = \frac{1}{100} \cdot (89 \cdot 93 + 11 \cdot 70) = 90,4, \text{ ккал/кг.}$$

Выше для этого сплава было найдено опытное значение величины $\rho_{\text{сп.сп}} = 1,02 \frac{\text{ккал}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}}$. С помощью величины $\rho_{\text{сп.сп}}$ по формуле (3.7) определяется истинная удельная теплота затвердевания сплава

$$\rho = 1,02 \cdot 85 = 87 \text{ ккал/кг (рис. 3.8)}$$

При определении спектральной теплоты кристаллизации необходимо для каждого значения температуры t внутри $\Delta t_{\text{кр}}$ найти состав и количество выпавшей твердой фазы. После этого с помощью правила аддитивности устанавливается удельная теплота ρ кристаллизации для каждого состава твердой фазы в интервале $\Delta t_{\text{кр}}$.

Найденное значение ρ используется для определения теплоты $Q_{\text{кр}}$ кристаллизации, выделяющейся в сплаве при его охлаждении от $t_{\text{лик}}$ до данной температуры t . Величина $Q_{\text{кр}}$ находится из выражения

$$Q_{\text{кр}} = \frac{1}{100} \cdot P\rho, \text{ ккал/кг,}$$

где P – количество твердой фазы при температуре t , %;

ρ – теплота кристаллизации твердой фазы при той же температуре, ккал/кг.

Далее весь интервал $\Delta t_{\text{кр}}$ разбивается на ряд достаточно малых отрезков Δt , в пределах которых можно считать, что количество твердой фазы и ее состав изменяются по линейному закону. Затем находится разность значений теплоты $Q_{\text{кр}}$ кристаллизации для каждого из выделенных отрезков Δt . Очевидно, разность $\Delta Q_{\text{кр}}$ представляет собой ни что иное, как величину $\Delta\rho$, т.е.:

$$\Delta\rho = \Delta Q_{\text{кр}}.$$

Искомое значение $\rho_{\text{сп}}$ определяется с помощью выражения (3.1), записанного в конечных разностях

$$\rho_{сн} = \frac{\Delta\rho}{\Delta t}, \text{ ккал/кг}\cdot^{\circ}\text{C},$$

или

$$\rho_{сн} = \frac{\Delta Q_{кр}}{\Delta t}, \text{ ккал/кг}\cdot^{\circ}\text{C}. \quad (3.9)$$

Это значение $\rho_{сн}$ соответствует температуре $t + \frac{1}{2} \cdot \Delta t$.

Учитывая, что $Q_{кр} = \frac{1}{100} \cdot P\rho$ последнюю формулу можно переписать в виде

$$\rho_{сн} = \frac{\Delta Q_{кр}}{\Delta t} = \frac{1}{100} \cdot \frac{\Delta(P\rho)}{\Delta t}, \text{ ккал/кг}\cdot^{\circ}\text{C},$$

или

$$\rho_{сн} = \frac{1}{100} \cdot \frac{d(P\rho)}{dt}, \text{ ккал/кг}\cdot^{\circ}\text{C}.$$

Если в пределах отрезка Δt удельная теплота кристаллизации изменяется незначительно, то этим изменением можно пренебречь и вынести ρ за скобку, как величину постоянную

$$\rho_{сн} = \frac{1}{100} \cdot \rho \frac{\Delta P}{\Delta t}, \text{ ккал/кг}\cdot^{\circ}\text{C},$$

или

$$\rho_{сн} = \frac{1}{100} \cdot \rho \frac{dP}{dt}, \text{ ккал/кг}\cdot^{\circ}\text{C}. \quad (3.10)$$

Эти формулы выражают спектральную теплоту кристаллизации не через величину $Q_{кр}$ непосредственно, а через скорость изменения количества твердой фазы с температурой.

Произведем необходимые вычисления для сплавов Al–Mg вышеуказанного состава. Начнем с расчета количества и состава твердой фазы.

Количество и состав твердой фазы (α – раствора) определяются с помощью правила рычага по диаграмме состояния Al – Mg (рис. 3.7). На этой диаграмме вертикальной пунктирной прямой отмечен состав исследуемого сплава. При $t = 575^{\circ}\text{C}$ количество твердой фазы соответствует 52%, причем в ее составе находится 5,5% Mg и 94,5% Al. Таким образом, легко определить количество и состав твердой фазы для всего интервала $\Delta t_{кр}$ (рис. 3.9).

Кривая 2 служит для нахождения истинной удельной теплоты кристаллизации твердой фазы при данной t по кривой на рис. 3.8; кривая 1 – для нахождения количества теплоты $Q_{кр}$, определяющейся при изменении температур металла от $t_{лик}$ до t .

Результаты расчета величины ρ приведены на рис. 3.10 (кривая 1). Как видно, что при равновесном затвердевании по мере изменения состава твердой фазы происходит изменение удельного теплового эффекта кристаллизации (изменение величины ρ). Кривая 2 соответствует изменению теплоты кристаллизации $Q_{кр}$ с изменением температуры.

Для определения разности $\Delta Q_{кр}$, равной $\Delta\rho$, интервал Δt разбивается на небольшие отрезки Δt . Один из таких отрезков $\Delta t = 10^{\circ}\text{C}$ отмечен штриховкой на рис. 3.9. Для каждого из выделенных отрезков Δt находится $\Delta Q_{кр}$.

Спектральная теплота кристаллизации $\rho_{сн}$ вычисляется по формулам (3.9) или (3.10) с использованием рис. 3.10 (кривая 2) или рис. 3.9 (кривая 1).

3.1.4. Эффективная спектральная теплота кристаллизации

Внутри интервала кристаллизации $\Delta t_{кр}$ процесс затвердевания сопровождается выделением не только теплоты кристаллизации, но также и аккумулярованной теплоты.

$$dQ = d\rho + dQ_{акк},$$

где $d\rho = \rho_{сп} \cdot dt$; $dQ_{акк} = Cdt$, dt – изменение температуры на определенную величину.

$$dQ = \rho_{сп} \cdot dt + Cdt = dt(\rho_{сп} + C).$$

Разделив левую и правую часть этого выражения, получим:

$$\rho_{сп. \text{ эф}} = \rho_{сп} + C, \text{ ккал/кг} \cdot \text{ } ^\circ\text{C}, \quad (3.11)$$

где $\rho_{сп. \text{ эф}} = \frac{dQ}{dt}$, $\text{ккал/кг} \cdot \text{ } ^\circ\text{C}$.

Величину $\rho_{сп. \text{ эф}}$ в формуле (3.11) можно рассматривать как эффективную удельную теплоемкость $C_{эф}$ сплава при температуре t . Однако, учитывая большую роль величины $\rho_{сп.}$, чем величины C , указанную сумму будем именовать в дальнейшем эффективной спектральной теплотой кристаллизации.

При расчетах процесса формирования отливки необходимо знать зависимость параметра $\rho_{сп. \text{ эф}}$ от температуры, т. е. знать вид функции $\rho_{сп. \text{ эф}} = f(t)$. Поскольку величина C , как правило, изменяется с температурой менее значительно, чем величина $\rho_{сп.}$, характер зависимости $\rho_{сп. \text{ эф}} = f(t)$ в основном определяется видом функции $\rho_{сп.} = f(t)$.

Среднее значение эффективной спектральной теплоты $\rho_{эф. \text{ ср.}}$ кристаллизации внутри интервала $\Delta t_{кр}$ можно найти, если проинтегрировать функции $\rho_{сп. \text{ эф}} = f(t)$ в пределах температур от $t_{сол}$ до $t_{лик}$ и разделить затем полученную величину на $\Delta t_{кр}$

$$\rho_{эф. \text{ ср.}} = \frac{\int_{t_{сол}}^{t_{лик}} \rho_{сп. \text{ эф.}} dt}{\int_{t_{сол}}^{t_{лик}} dt} = \frac{Q_{лик} - Q_{сол}}{\Delta t_{кр}}, \text{ ккал/кг} \cdot \text{ } ^\circ\text{C}. \quad (3.12)$$

Этот результат может быть получен также из выражения (3.5), в котором следует положить

$$\rho_{эф. \text{ ср.}} = \rho_{сп. \text{ ср.}} + \rho_{сп.}, \text{ ккал/кг}.$$

3.1.5. Эффективная удельная теплота кристаллизации

В практических расчетах процесса формирования отливки в дальнейшем употребляется эффективная удельная теплота $\rho_{эф.}$ затвердевания, которая состоит из истинной удельной теплоты ρ кристаллизации и аккумулярованной теплоты $Q_{акк}$.

Величина $\rho_{эф.}$ может быть найдена путем интегрирования левой и правой части выражения (3.11) в пределах температур от $t_{сол}$ до $t_{лик}$ (рис. 3.5)

$$\int_{t_{сол}}^{t_{лик}} \rho_{сп.эф.} dt = \int_{t_{сол}}^{t_{лик}} \rho_{сп.} dt + \int_{t_{сол}}^{t_{лик}} C \cdot dt .$$

Первый интеграл этого выражения равен площади под кривой $\rho_{сп.эф.}=f(t)$ и представляет собой полное количество теплоты, которая выделяется в процессе охлаждения сплава от температуры $t_{лик}$ до температуры $t_{сол}$, т. е. представляет собой полную разность теплосодержаний сплава при $t_{сол}$ и $t_{лик}$. Находим

$$\rho_{эф.} = Q_{лик.} - Q_{сол.} = \int_{t_{сол}}^{t_{лик}} \rho_{сп.эф.} \cdot dt , \text{ ккал/кг.}$$

Второй интеграл равен площади под кривой $\rho_{сп.} = f(t)$. Величина этого интеграла равна удельной теплоте ρ кристаллизации сплава

$$\rho = \rho_{сп.ср.} \Delta t_{кр}, \text{ ккал/кг.}$$

Третий интеграл представляет собой площадь под кривой $C = f(t)$. Величина этого интеграла соответствует количеству аккумулированной теплоты $Q_{акк.}$, которая определяется через среднюю теплоемкость $C_{ср}$ сплава в интервале температур $\Delta t_{кр}$

$$Q_{акк.} = C_{ср} \Delta t_{кр}, \text{ ккал/кг.}$$

Расчетная формула для нахождения эффективной удельной теплоты кристаллизации принимает вид

$$\rho_{эф.} = \rho + Q_{акк.}, \text{ ккал/кг}$$

или

$$\rho_{эф.} = \rho_{сп.ср.} \Delta t_{кр} + C_{ср} \Delta t_{кр} = (\rho_{сп.ср.} + C) \Delta t_{кр}, \text{ ккал/кг. (3.13)}$$

Эффективная удельная теплота кристаллизации может быть также выражена через среднюю эффективную спектральную теплоту кристаллизации:

$$\rho_{эф.} = \rho_{эф.ср.} \Delta t_{кр}, \text{ ккал/кг,}$$

где $\rho_{эф.ср.} = \rho_{сп.ср.} + C_{ср}$.

3.1.6. Удельная теплоемкость

При практических расчетах процесса формирования отливки необходимо иметь значения теплоемкости сплава в твердом и жидком состояниях, а также в состоянии, которое отвечает интервалу $\Delta t_{кр}$, поскольку в отливке интервал $\Delta t_{кр}$ приходится на переходную зону.

Теплоемкость сплава в твердом и жидком состояниях желательно находить из опыта. В частности, для твердого металла по кривой, изображенной на рис. 3.3, можно получить

$$C' = \frac{\Delta Q'}{\Delta t'}, \text{ ккал/кг} \cdot ^\circ\text{C};$$

для жидкого металла:

$$C'' = \frac{\Delta Q''}{\Delta t''}, \text{ ккал/кг} \cdot ^\circ\text{C}.$$

Однако, учитывая разнообразие состава и отсутствие необходимых опытных данных, можно для определения теплоемкости сплава в твердом (C') и жидком (C'') состояниях воспользоваться правилом аддитивности:

$$C' = \frac{1}{100} \cdot (P_1 C'_1 + P_2 C'_2 + P_3 C'_3 + \dots + P_j C'_j),$$

или

$$C' = \frac{1}{100} \sum_{i=1}^{i=j} P_i C'_i, \text{ ккал/кг} \cdot ^\circ\text{C}, \quad (3.14)$$

где P_i – процентное содержание i -го металла в сплаве;

C'_j – удельная теплоемкость этого металла в твердом состоянии, $\text{ккал/кг} \cdot ^\circ\text{C}$.

Для сплава, находящегося в жидком состоянии, с достаточной точностью позволяет находить значение удельной теплоемкости по правилу аддитивности:

$$C'' = \frac{1}{100} \sum_{i=1}^{i=j} P_i C''_i, \text{ ккал/кг} \cdot ^\circ\text{C}, \quad (3.15)$$

где C'' – удельная теплоемкость i -го металла в жидком состоянии, $\text{ккал/кг} \cdot ^\circ\text{C}$.

Для переходной зоны

$$C = \frac{1}{100} \cdot [P C' + (100 - P) C''], \text{ ккал/кг} \cdot ^\circ\text{C}, \quad (3.16)$$

где C – удельная теплоемкость сплава при данной температуре t , находящегося в переходной зоне, $\text{ккал/кг} \cdot ^\circ\text{C}$;

P – содержание твердой фазы в % по массе.

Расчет удельной теплоемкости C сплава внутри интервала $\Delta t_{\text{кр}}$ производится в такой последовательности. Вначале для чистых металлов, входящих в сплав, строятся кривые изменения теплоемкости с температурой в твердом и жидком состояниях. Затем по формулам (3.14) и (3.15) определяется зависимость теплоемкости металла в твердом (C') и жидком (C'') состояниях от состава. Определение производится для различных температур. В результате получается серия прямых такого типа, как прямая, изображенная на рис. 3.8. По диаграмме состояния для данного состава сплава находятся количество и состав твердой фазы в функции от температуры (по типу рис. 3.7). Полученные данные используются для вычисления по формуле (3.15) искомой теплоемкости C внутри интервала $\Delta t_{\text{кр}}$. Поскольку теплоемкость C с температурой обычно изменяется незначительно, допустимо в расчетах процесса формирования отливки пользоваться не переменными, а постоянными осредненным значением C , которое определяется на основе следующих соображений.

Количество аккумулированной теплоты $dQ_{\text{акк}}$, теряемой сплавом при его охлаждении на величину dt , определяется по формуле (рис. 3.11)

$$dQ_{\text{акк}} = C dt, \text{ ккал/кг}.$$

Полное количество аккумулированной теплоты, связанной с изменением температуры сплава от $t_{\text{сол}}$ до $t_{\text{лик}}$

$$Q_{\text{акк}} = \int_{t_{\text{сол}}}^{t_{\text{лик}}} C \cdot dt, \text{ ккал/кг}.$$

Правая часть этого выражения соответствует площади под кривой $C = f(t)$, изображенной на рис. 3.11 (площадь показана штриховкой).

Выражение для $Q_{акк}$ можно (согласно известной теореме о среднем) переписать в виде

$$Q_{акк} = C_{ср} \int_{t_{сол}}^{t_{лик}} dt = C_{ср} \cdot \Delta t_{кр}, \text{ ккал/кг.}$$

Здесь, в правой части, стоит выражение, характеризующее площадь прямоугольника, высота которого равна $C_{ср}$, а основанием служит отрезок $\Delta t_{кр}$. Определив площадь под действительной кривой $C = f(t)$ и затем разделив на $\Delta t_{кр}$, можно найти

$$C_{ср} = \frac{Q_{акк}}{\Delta t_{кр}}, \text{ ккал/кг} \cdot \text{°C}. \quad (3.17)$$

Анализ показывает, что величина удельной теплоемкости изменяется внутри интервала температур $\Delta t_{кр}$ не очень значительно. Следовательно, действительную функцию $C = f(t)$ можно заменить линейной зависимостью

$$C_{ср} = \frac{C' + C''}{2}, \text{ ккал/кг} \cdot \text{°C}, \quad (3.18)$$

где C' – теплоемкость сплава при $t_{сол}$;

C'' – теплоемкость сплава при $t_{лик}$.

3.1.7. Эффективная удельная теплоемкость

Эффективная удельная теплоемкость ($C_{эф.} = \rho_{сп.} + C$) представляет собой истинную теплоемкость.

В некоторых случаях явление затвердевания металла при постоянной температуре ($t_{кр}$) можно мысленно заменить явлением затвердевания металла в определенном интервале температур (Δt). Для сохранения величины общего теплового эффекта охлаждения металла его теплота кристаллизации прибавляется к аккумулярованной теплоте. В результате возникает понятие средней эффективной удельной теплоемкости $C_{эф. ср.}$ для интервала температур Δt . В данном случае за основу берется величина C , корректируемая на теплоту ρ кристаллизации металла (или теплоту фазового превращения).

Обозначим общее количество теплоты, выделяющейся при изменении температуры металла на величину Δt , через ΔQ . Тогда получим

$$\Delta Q = C_{эф. ср.} \cdot \Delta t, \text{ ккал/кг.}$$

Это количество теплоты складывается из $Q_{акк}$:

$$Q_{акк} = C_{ср.} \cdot \Delta t, \text{ ккал/кг}$$

и теплоты кристаллизации ρ , т. е.

$$\Delta Q = C_{эф. ср.} \cdot \Delta t = C_{ср.} \cdot \Delta t + \rho$$

или

$$C_{эф. ср.} = C_{ср} + \frac{\rho}{\Delta t}, \text{ ккал/кг} \cdot \text{°C}. \quad (3.19)$$

Под $C_{ср}$ здесь понимается средняя удельная теплоемкость металла в интервале температур Δt . Следовательно, в формуле (3.19) учтены тепловые эффекты

фазовых и иных превращений, а также тепловой эффект изменения агрегатного состояния вещества.

3.1.8. Коэффициент теплопроводности

Коэффициент теплопроводности λ в уравнении (1.16) закона Фурье характеризует количество теплоты, которая проходит за 1 час через 1 м^2 площади сечения тела при наличии градиента температуры в этом сечении, равного $1^\circ/\text{м}$. Величина λ зависит от температуры, состава сплава и свойств отдельных компонентов, входящих в сплав.

Применение правила аддитивности для определения λ не приводит к удовлетворительным результатам, поэтому при определении этого коэффициента целесообразно пользоваться опытными данными.

3.1.9. Удельный вес

Величина γ ($\text{кг}/\text{м}^3$) зависит от температуры, свойств и состава сплава. Эта величина должна определяться из опыта. Однако в первом приближении величину γ можно рассчитать, если воспользоваться правилом аддитивности.

Для сплава в твердом состоянии (при наличии j компонентов) имеем

$$\gamma' = \frac{1}{100} \cdot (P_1\gamma'_1 + P_2\gamma'_2 + P_3\gamma'_3 + \dots + P_j\gamma'_j), \text{ кг}/\text{м}^3$$

или

$$\gamma' = \frac{1}{100} \sum_{i=1}^{i=j} P_i\gamma'_i, \text{ кг}/\text{м}^3, \quad (3.20)$$

где P_i – концентрация содержания в сплаве i -го компонента;

γ' - удельный вес этого компонента в твердом состоянии, $\text{кг}/\text{м}^3$.

Для сплава в жидком состоянии

$$\gamma'' = \frac{1}{100} \sum_{i=1}^{i=j} P_i\gamma''_i, \text{ кг}/\text{м}^3, \quad (3.21)$$

где γ'' - удельный вес i -го компонента в жидком состоянии, $\text{кг}/\text{м}^3$;

P – процентное содержание в сплаве твердой фазы.

Для приближенного расчета процесса формирования отливки можно воспользоваться средним в интервале температур $\Delta t_{\text{кр}}$ значением коэффициента $\gamma_{\text{ср}}$: